

Név:, EHA

Csoport és gyakvez. neve, ahová jár:

Ha máshol van ETR-ben, az ETR szerinti csoport és gyakvez. neve:.....

Pontszám:

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapozás 2. zárthelyi
2008. december 12.*

1. (6 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_3 \frac{5x - 2}{x + 2} > 1$$

2. (6 pont) Igazoljuk, hogy minden $x \in \mathbb{R}$ esetén

$$\frac{x^2}{1 + x^4} \leq \frac{1}{2}.$$

Mikor van egyenlőség?

3. (7 pont) Legyen

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 \quad (x \in D_f = [0, +\infty)).$$

a) Igazoljuk, hogy f -nek van inverz függvénye.

b) Határozzuk meg f inverz függvényét (beleértve annak értelmezési tartományát is).

(Figyelem! Pusztán „rajzos”, számolás nélküli megoldást nem fogadunk el.)

4. (8 pont) Egy egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm, magassága 18 cm. Ebbe a háromszögbe téglalapokat írunk a következő módon: egy beírt téglalap két szomszédos csúcsa az alapon, másik két csúcsa pedig a háromszög szárain helyezkedik el. Határozzuk meg az ily módon beírható téglalapok közül a legnagyobb területűnek az oldalait.

5. (9 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$10 \cos^2 x - 16 \sin x = \cos(2x) + 15$$

6. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x < 2$$

7. (7 pont) Vizsgáljuk meg monotonitás és korlátosság szempontjából az alábbi sorozatot:

$$x_n = \frac{3n + 2}{7n + 4} \quad (n \in \mathbb{N}^+)$$