

Név: ....., EHA .....

Csoport és gyak.vez., ahová jár: .....

Ha máshol van ETR-ben, az ETR szerinti csoport és gyak.vez.:.....

Pontszám: .....

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam  
Matematikai alapozás 1. zárthelyi  
2008. október 21.*

1. (6 pont)

a) Igazoljuk, hogy

$$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n > N : \quad \frac{3n^2 + 2n + 5}{2n^3 + n + 1} < \frac{1}{100} .$$

b) Írjuk fel a fenti állítás tagadását!

2. (7 pont) Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezést, majd számítsuk ki az értékét, ha  $a = 19$  és  $b = 14$ .

$$\left( \frac{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} - \frac{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}} \right) \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

3. (6 pont) Igazoljuk, hogy a 3 gyöke az alábbi  $P$  polinomnak, majd emeljük ki  $P$ -ből a hozzá tartozó gyöktényezőt!

$$P(x) = x^3 - x^2 - 7x + 3$$

4. (7 pont) Igazoljuk teljes indukcióval:

$$\forall n \in \mathbb{N}^+ : \quad \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)} .$$

5. (8 pont) A  $p \in \mathbb{R}$  paraméter mely értékei esetén teljesül minden  $x \in \mathbb{R}$  számra, hogy

$$\frac{x^2 + px - 2}{-x^2 + x - 1} < 3 ?$$

6. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$|x^2 - 4x + 3| + |x| = 3$$

7. (8 pont) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$2 \cdot \log_{100}(x+6) - \lg \sqrt{2x-3} = 2 - 2 \cdot \lg 5$$