

Név: ....., EHA .....

Csoport száma, ahová jár: .....

Gyak. vez. neve: .....

Pontszám: .....

*Programtervező informatikus szak I. évfolyam  
Matematikai alapozás 1. zárthelyi  
2009. október 20.*

*Figyelem! Minden feladatnál kérjük a gondolatmenet és a számítások részletes bemutatását.*

1. (7 pont) Oldjuk meg az alábbi (háromismeretlenes) lineáris egyenletrendszert! Írjuk fel a megoldáshalmazt!

$$\begin{aligned}3x + 2y + z &= 4 \\ -x - y + z &= 3 \\ 2x - y + 3z &= 5 .\end{aligned}$$

2. (6 pont) Adottak az  $a = (1; -2)$ ,  $b = (-3; 4)$  és  $c = (2; 3)$  vektorok. Számítsuk ki:

$$(ac) \cdot b - |b| \cdot a + (ab) \cdot c .$$

3. (8 pont) a) Igazoljuk, hogy

$$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n > N : \frac{n^3 + n + 6}{3n^2 + 2n + 5} > 75 .$$

Adjunk is meg egy ilyen  $N$ -et!

b) Írjuk fel az a) pontbeli állítás tagadását!

4. (6 pont) Igazoljuk, hogy  $x_0 = 2$  gyöke a

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$$

polinomnak, majd emeljük ki  $P$ -ből a 2-höz tartozó gyöktényezőt!

5. (7 pont) Adott  $a, b$  ( $a \neq b$ ) pozitív valós számok esetén hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést:

$$\left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b} \right)^2 \cdot \left( \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \sqrt{ab} \right) .$$

6. (7 pont) Igazoljuk teljes indukcióval:

$$\forall n \in \mathbb{N}^+ : \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n}{2n+1} .$$

7. (9 pont) A  $p \in \mathbb{R}$  paraméter mely értékei esetén teljesül minden  $x \in \mathbb{R}$  számra, hogy

$$(p-5)x^2 + 2(1-p)x + 2p-2 > 0 ?$$