Név: ...., *EHA* ....

Csoport és gyakvez. neve, ahová jár: ....

Pontszám: ....

Programtervező informatikus szak I. évfolyam
Matematikai alapozás előrehozott zárthelyi
2009. szeptember 25.

1. *(7 pont)* Oldjuk meg az alábbi (háromismeretlenes) lineáris egyenletrendszert! Írjuk fel a megoldáshalmazt!

$$\begin{aligned} x+2y-z &= 2 \\ 5x-5y+z &= 7 \\ x-3y+z &= 1 \end{aligned}$$

2. *(7 pont)* Az alábbi P polinomnak a 2 gyöke. Emeljük ki P-ből a 2-höz tartozó gyöktényezőt!

$$P(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 7x - 10$$

3. *(8 pont)* Határozzunk meg egy olyan $N \in \mathbb{N}$ számot, amelyre fennáll, hogy

$$\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq N: \quad \frac{2n^3+3n^2+n+4}{n^4-7n^3+3n^2+7n+4} < \frac{1}{100}.$$

4. *(7 pont)* Igazoljuk teljes indukcióval:

$$\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 2: \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} < \frac{2n-1}{n}$$

5. *(8 pont)* A $p \in \mathbb{R}$ paraméter mely értékei esetén teljesül minden $x \in \mathbb{R}$ számra, hogy

$$(p+1)x^2 - 2(p-1)x < 3(1-p).$$

6. *(8 pont)* Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_8 \frac{x^2-3x}{x-2} \leq \frac{1}{3}.$$

7. *(7 pont)* Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\mathrm{ctg}\ (2x) + \mathrm{tg}\ (x) = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

8. *(8 pont)* Egy téglalap egyik oldalához kifelé az illető oldallal azonos átmérőjű félkört "ragasztunk". Határozzuk meg az így keletkező, 12 m kerületű síkidomok közül a legnagyobb területűt (a téglalap oldalait adjuk meg)!